



Guillaume Guérard

Analyse mathématique

SMART GRIDS

Avril 2014

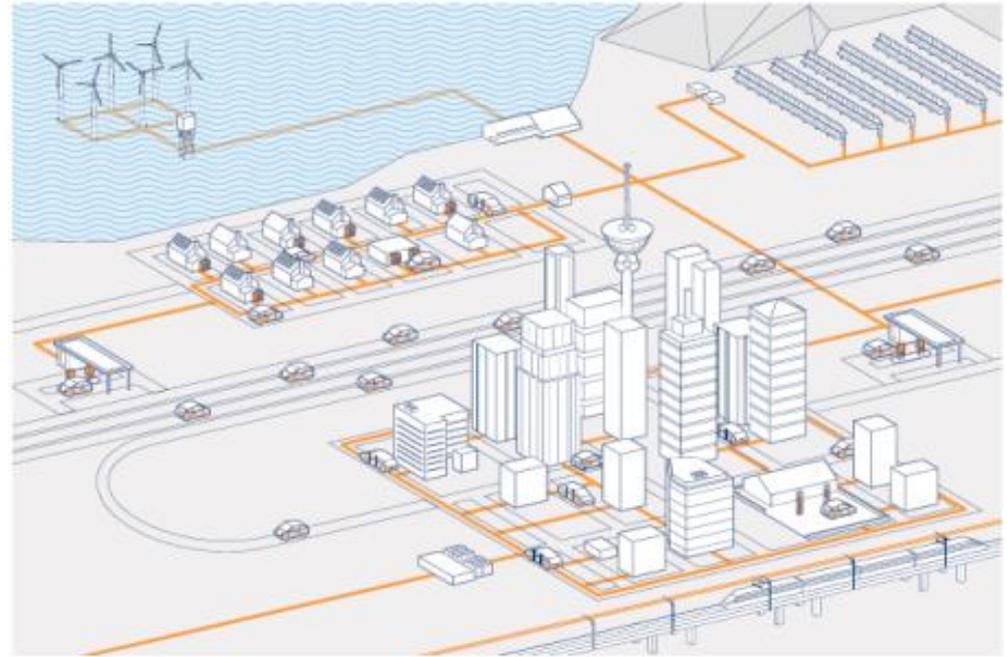
Objectifs industriels

L'Energy Grid actuel est basé sur la modélisation de Nikola Tesla de 1888.

Insuffisances de l'Energy Grid :

- **Structure** : intégration des EnR, conservation de l'énergie, gestion des appareils digitaux ou analogiques.
- **Consommation** : congestion et pertes sur le réseau T&D, rentabilité des centrales de proximité, latence du réseau.

Smart Grid : réseau électrique intégrant le **comportement** et les **actions** des utilisateurs



Nouveaux rôles et objectifs :

- **Réguler** la courbe de consommation
- **Optimiser** l'offre et la demande
- Garantir une **qualité de service**

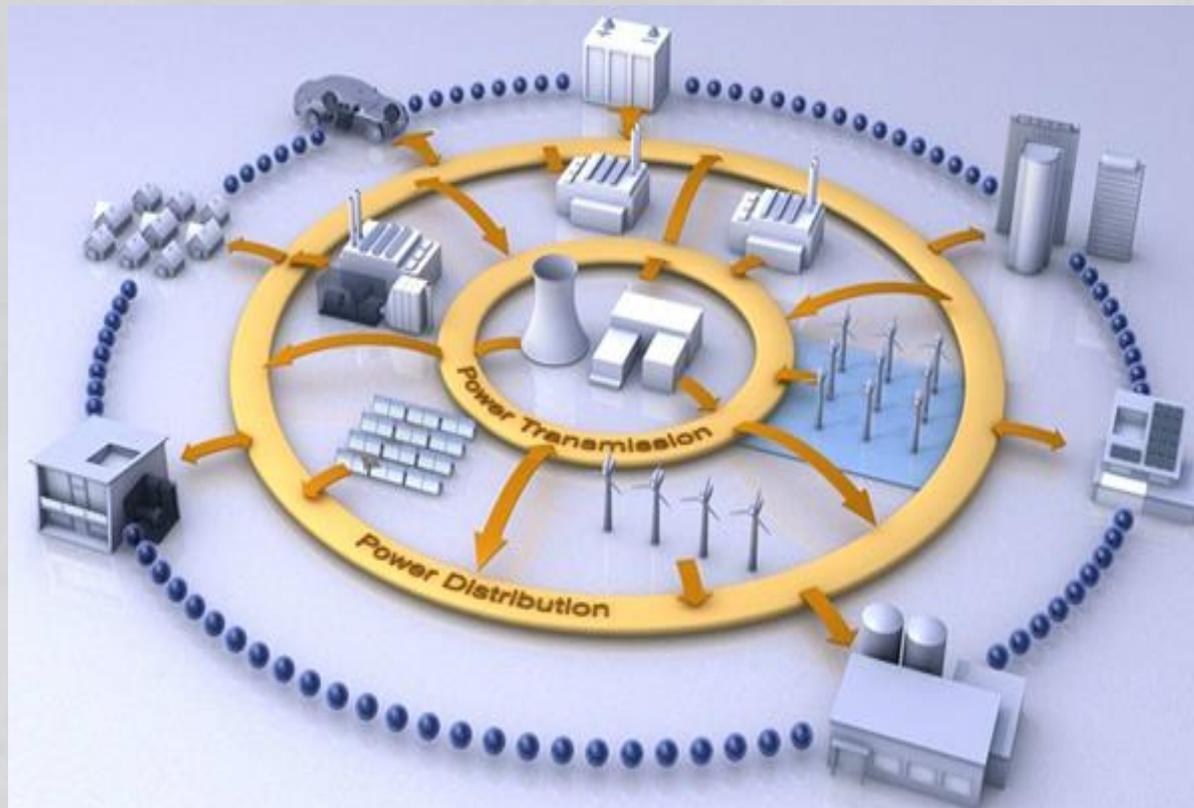
*65% de l'énergie est utilisé dans des machines fonctionnant en permanence à plein régime.
Cette consommation peut être réduite de 60%.*

Analyse des agents

Transport : éviter la congestion, satisfaire les consommateurs

Production : équilibrer l'offre et la demande, prévoir la consommation future

- Consommateur : réguler sa consommation
- Global : réguler l'offre et la demande, distribuer l'énergie dans le réseau



Définition des sous-composantes



Niveau local

- Structure isolé
- Gestion de la consommation locale
 - Domotique
 - EnR
 - V2G
- Répartition de l'énergie locale



Niveau Microgrid

- Structure en arbre
- Consensus
 - Production
 - Consommation
 - Distribution
- Equilibrage de l'offre et de la demande

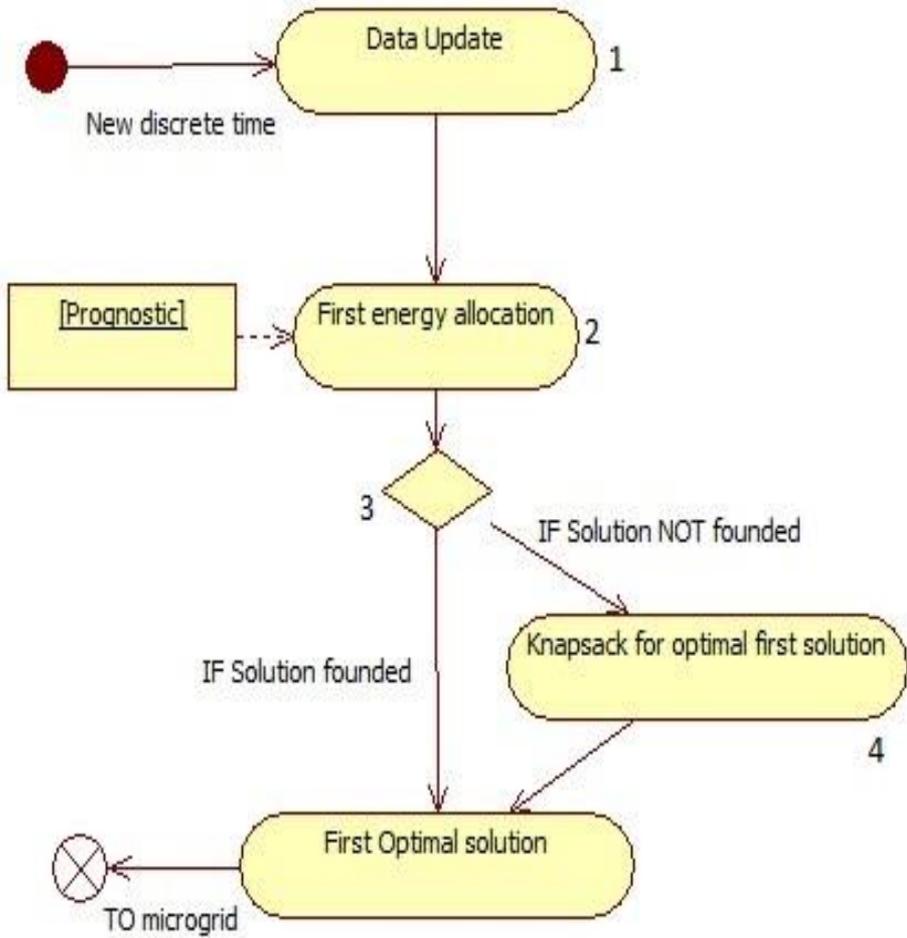


Niveau T&D

- Structure maillée
- Gestion de la production globale
 - Production
 - Planification
- Distribution de l'énergie dans le réseau

Niveau local

Résolution en temps discret (5min)



Update

- Mise-à-jour des données

Allocation de base

- Comparaison aux pronostiques

Allocation évoluée

- Si pronostiques faux alors faire 4
- Sinon garder pronostiques
- Données vers microgrid

Solution évoluée

- Résolution par Sac-à-dos

Niveau local

Gestion de la répartition énergétique au sein d'une zone organisée autour d'un Smart Meter.
Priorité de fonctionnement pour gérer la domotique.

- **Normalisation**

- **Enlever** les appareils consommateurs
- **Diviser** au plus les consommations et l'énergie reçue K par **pgcd**

Complexité : $O(n_e \log(e_{max}))$

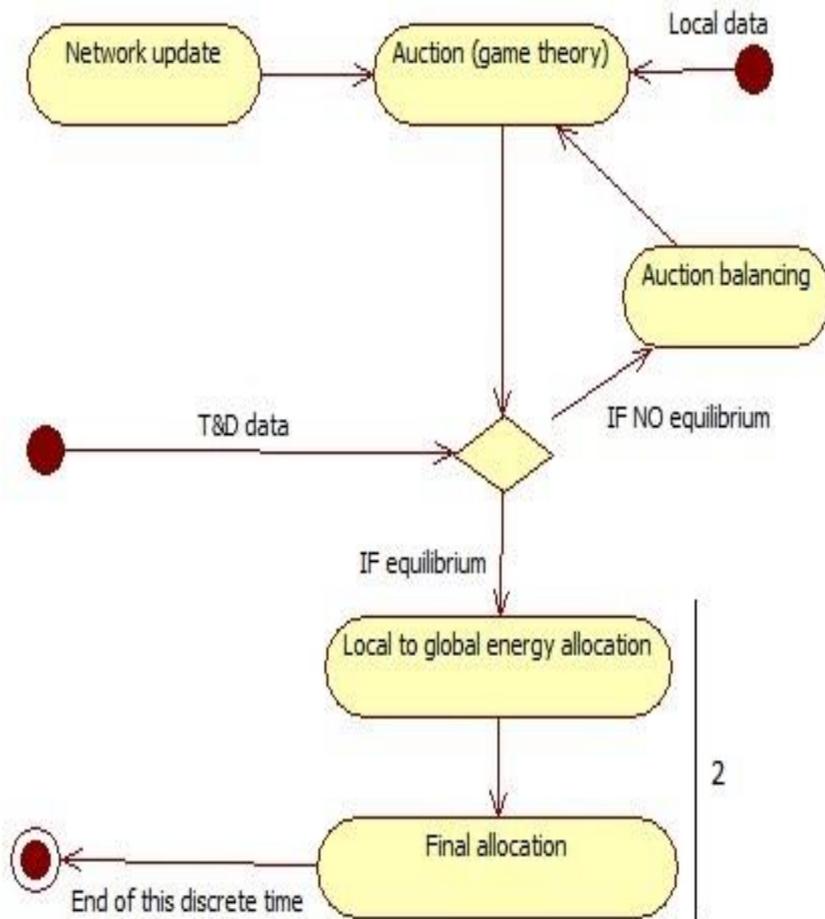
- **Sac-à-dos**

- Attribution de **l'utilité** : $O(n_e)$
 - fonction des consommations locales
- Résolution par **programmation dynamique**

*Complexité : $O(n_e * K)$*

Bénéfice si : $K' * ne * \log(e_{max}) < K * ne$ avec K' le poids normalisé
càd $\log(e_{max}) < K * x$ avec $x \in]\frac{1}{2}; 1]$, toujours vrai si $pgcd \geq 2$

Niveau microgrid



1

Jeux
d'enchères

- Enchères sur les données locales
- Données vers T&D
- Rectification par réaction top-down

Allocation
finale

- Résolution par KP locale
- Résolution par KP en réaction bottom-up

Niveau microgrid

Gestion de l'offre et de la demande, équilibre et consensus entre les consommateurs et les producteurs.

- **Enchères**

- Utilisation de stratégies ω : enchères aléatoire par loi normale
- Complexité linéaire en fonction des niveaux locaux n_i

Complexité : $O(n_i\omega)$

- **Equilibre**

- Utilisation de stratégies μ : punitions et récompenses par défaut
- Complexité linéaire en fonction des niveaux locaux n_i

Complexité : $O(n_i\mu)$

Niveau microgrid

Répartition de l'énergie en fonction des enchères

- **Sac-à-dos local**

- Distribution sans normalisation
- Complexité linéaire en fonction des niveaux locaux n_l

*Complexité : $O(n_e * K)$*

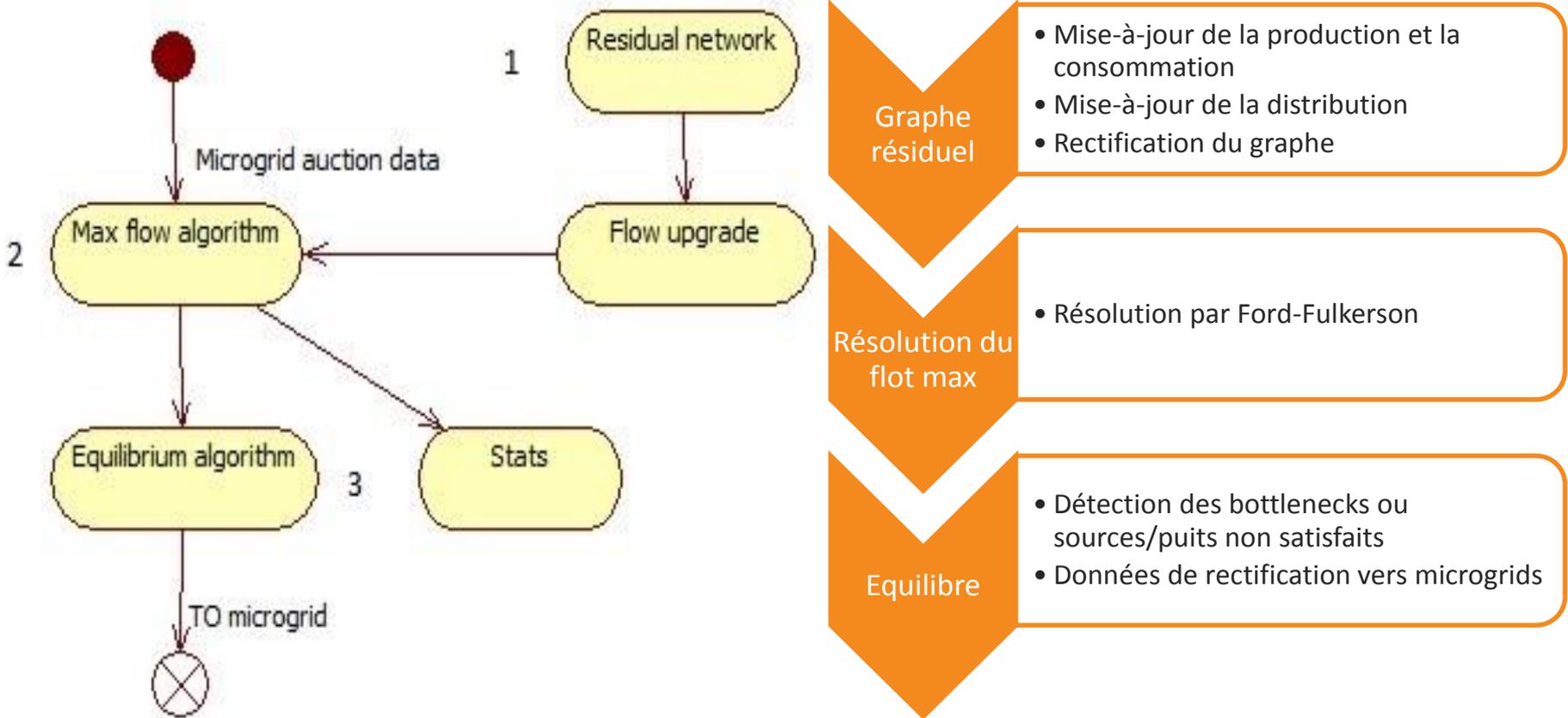
n_e représente le nombre d'appareil locale ou non consommateur dans le cas de la réattribution énergétique

- **Réattribution énergétique**

- Sac-à-dos résiduel avec appareil et énergie restante
- Regroupement à l'échelle supérieur k fois

*Complexité : $O(n_e * K)$*

Niveau T&D



Gestion de la distribution de l'énergie dans le réseau T&D.

- **Ford-Fulkerson**

- Répartition de l'énergie dans le réseau
- Résultat optimal sous contrainte d'entiers naturels

*Complexité : $O(A*f)$*

avec A le nombre d'arête et f le flot max

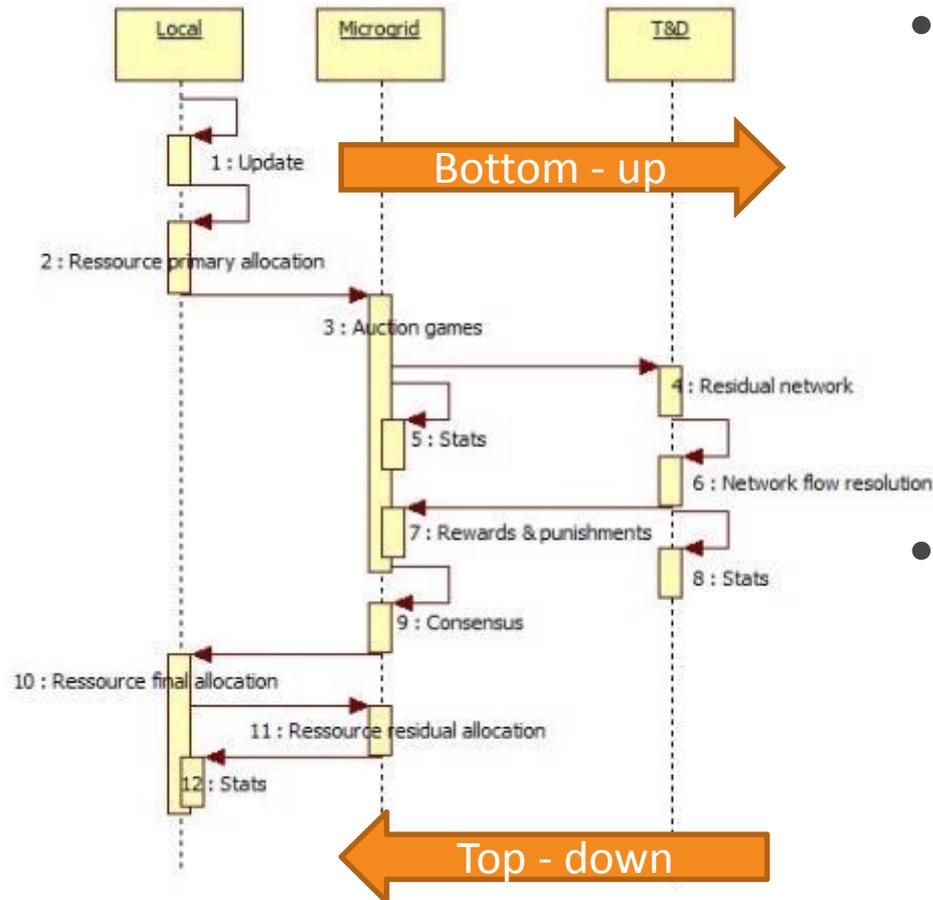
- **Graphe résiduel**

- Prendre en compte que les changements au niveau des sources et puits

*Complexité : $O(A*f)$*

Bénéfice : le flot du graphe résiduel est égale à baisse générale de production; au pire, le nouveau flot est égale à la somme du différentiel de production et de consommation entre chaque nouveau temps ou rétroaction (un faible pourcentage de la production/consommation totale).

Schéma séquentiel d'une itération



- **Action bottom-up**

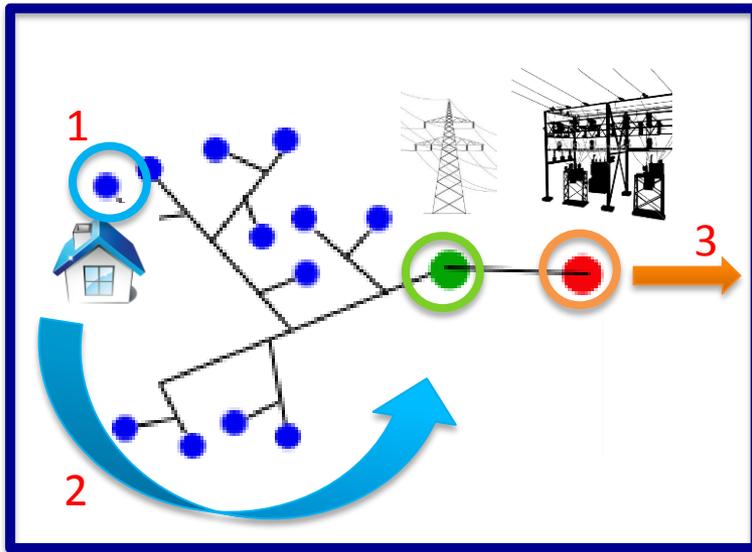
- Mise en place d'une solution initiale
- Si les pronostiques sont justes, la solution finale est déjà obtenue

- **Action top-down**

- Recherche d'une solution finale
- Distribution et calcul des pronostiques

Résolution en aval

1. Pour chaque consommateur :
 - Mise-à-jour (capteurs).
 - Gestion de la domotique (priorité de fonctionnement).



Jeux d'enchères : Chaque sous-station reçoit les vecteurs de consommation nette des consommateurs sous sa responsabilité.

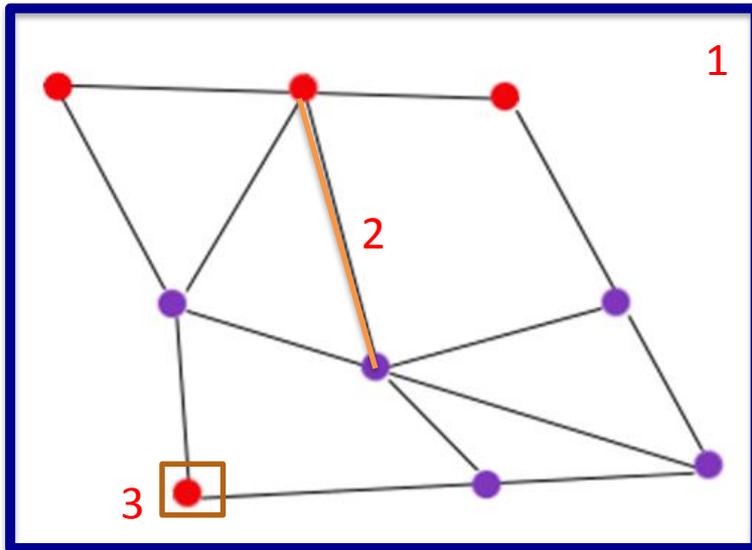
3. Envoie des données de consommation nette vers le réseau T&D pour la mise-à-jour des données.

Consommation nette : consommation des appareils moins la production locale

Optimisation globale : pronostiques, gestion des priorités de fonctionnement.

Optimisation locale : sac-à-dos, domotique.

Résolution en amont



1. Mise-à-jour du réseau :

- Production
- Mise en place du graphe résiduel

2. Résolution du graphe résiduel et mise-à-jour du routage partiel. Mise-à-jour du routage et calcul du routage optimal.

3. Détection des goulots d'étranglement (production et consommation) et de la congestion.

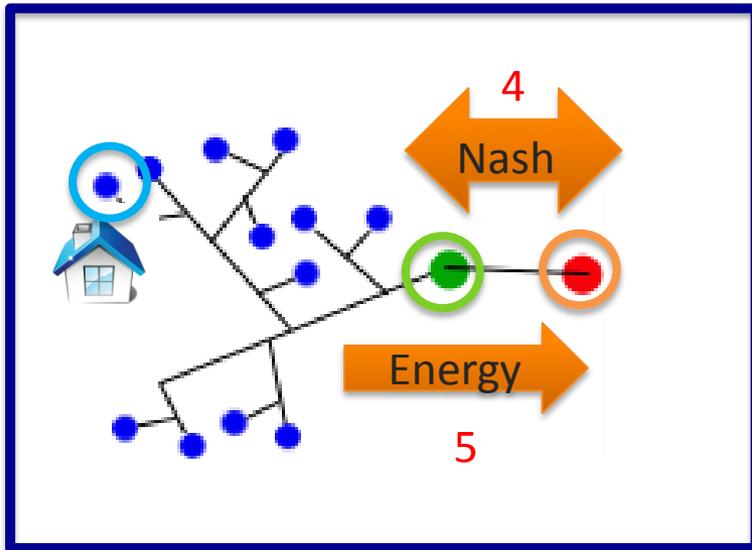
4. *Consensus : équilibre de l'offre et de la demande.*

OU Rétroaction pour équilibrage des enchères.

Optimisation globale : consensus, planification.

Optimisation locale : pronostiques.

Distribution de l'énergie



4. *Consensus : équilibre de l'offre et de la demande.*

OU Nouveaux jeux d'enchères après rétroaction.

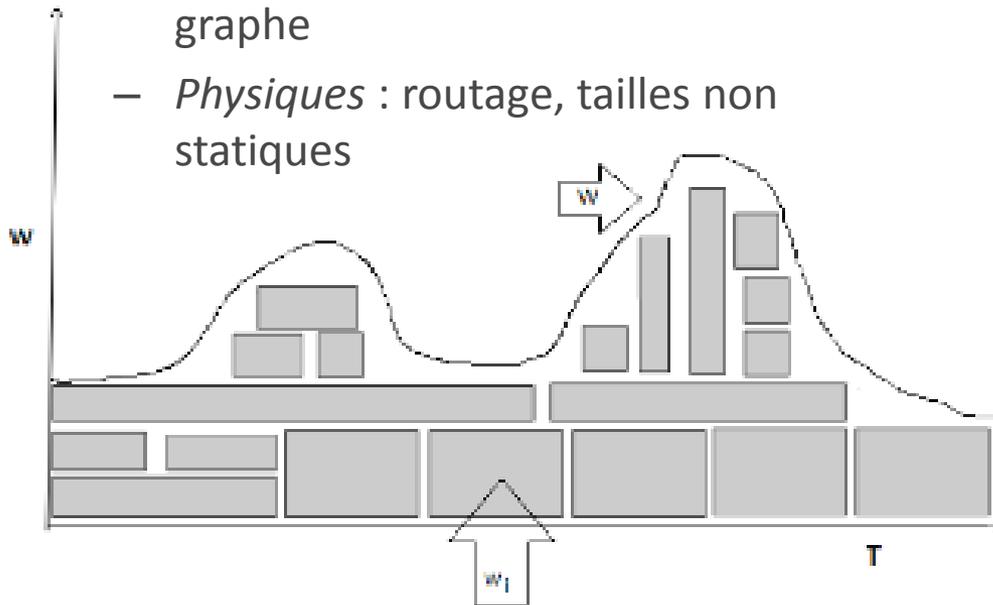
5. La station délivre l'énergie aux consommateurs par résolution de sac-à-dos en bottom-up

Optimisation globale : rétroaction top-down et bottom-up, distribution finale.

Optimisation locale : résolution par sac-à-dos bottom-up

Problème de sac-à-dos

- Problème de **sac-à-dos** sous contraintes :
 - *Temporelles* : temps discret, production, consommation
 - *Spatiales* : granularité, hiérarchie du graphe
 - *Physiques* : routage, tailles non statiques



- Pour tout instant T
- $\max \sum_{i=1}^n x_i u_i$
 - $x_i=1$ si la **demande en énergie** est satisfaite à l'instant T , 0 sinon.
 - U_i = valeur calculée lors du sac-à-dos ou lors des enchères (modèle économique).

Contraintes obligatoires

- Sur le réseau électrique :
 - Loi de Kirchhoff (conservation de l'énergie) : pas de perte théorique.
 - Effet Joule : assimilé négligeable si haute tension. Les pertes sont divisées par quatre quand la tension double.
 - Production nette : pour le jeu d'enchères, seul la production nette pouvant être acheminée est considérée. Les limites de tension, intensité, etc. des lignes sont donc volontairement diminuées.
 - Seul l'énergie est routée. Le routage prend en compte intrinsèquement (prétopologie) des problèmes de flux électrique. Routage assimilé équivalent à Ford-Fulkerson.
 - Le routage n'est prévisible que si les demandes de microgrids sont fixés.
 - Une route représente tout le chemin d'un producteur à un microgrid (représentation simplifiée).

Pour chaque ligne

$$\sum_{i=1}^n x_i w_i \leq W^j$$

- *Le routage de l'élément x_i passe par la ligne j .*
- *w_i l'énergie demandée par i durant l'intervalle de temps*
- *W^j : énergie maximale autorisée sur la ligne j*
- *Contraintes liés à l'interprétation de Ford-Fulkerson.*

Contraintes du modèle : microgrid

- Sur les microgrids :

- Le microgrid reçoit une certaine quantité d'énergie.
- Le microgrid distribue l'énergie aux niveaux locaux sous sa responsabilité.
- La distribution est dépendante de l'utilité des appareils.
- La distribution n'est possible que si la valeur de W^k est fixée.
- La distribution locale n'est pas prise en compte à cause de la redistribution des ressources dans la périphérie microgrid.

Les deux types de contraintes dépendent donc d'une configuration prédéterminée. Il est possible de résoudre le problème sans contrainte et de vérifier son existence via le modèle.

Pour chaque ligne

$$\sum_{i=1}^n x_i w_i \leq W^k$$

- La consommation de l'élément x_i passe par le microgrid k .
- **La contrainte est aussi valable sur le Smart Grid global (toujours vérifiée dans le modèle).**
- Hors modèle, la capacité a ne pas dépasser est une variable supplémentaire **donnant la solution du problème.**

Problème généralisé

- Problème générale sans résolution via le modèle
 - L'énergie distribuée aux microgrids deviennent des variables
 - La limite de charge des lignes est une constante
 - Le routage de l'énergie doit être déterminé dans le modèle mathématique (via les variables « a »).
 - Dans cette analyse, les intérêts des producteurs ainsi que leur pluralité n'est pas prise en compte.

– Pour tout instant T

$$\max \sum_{i=1}^n x_i u_i$$

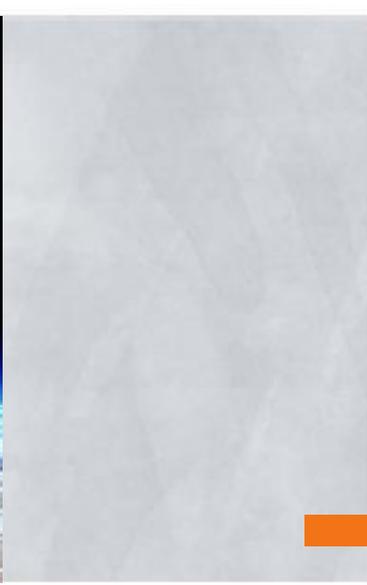
$$s.t. \sum_{i=1}^n x_i w_i \leq W^j$$

$$\sum_{i=1}^n a_i^k w_i \leq W^k$$

$$\sum_{i=1}^m a_i^k = x_i$$

$$\sum_{j=1}^{\max(j)} W^j = \sum_{k=1}^{\max(k)} W^k$$

- j représente un microgrid
- k représente une route producteur-microgrid
- W^j deviennent des variables



Smart Grid

