

Smart Grid : algorithmes

Optimisation des Smart Grids

G. Guérard¹

¹PRiSM
UVSQ

9 octobre 2012

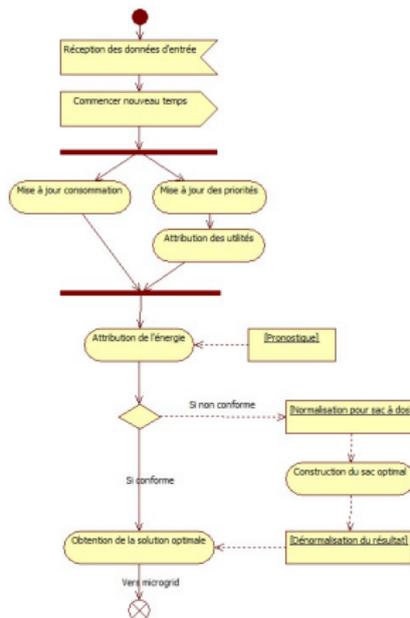
Sommaire

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Organisation du problème



Organisation des appareils

- 1 ρ_e la priorité de l'appareil :
 - 1 0 appareil en marche,
 - 2 < 1 appareil en besoin énergétique,
 - 3 > 1 pas de besoin immédiat.
- 2 $conso_e$ la consommation de l'appareil, cette consommation peut être variable.
- 3 α_e le coefficient de priorité : détermine la variation de ρ_e sur le temps.

Problème de sac à dos

Données : $2n$ entiers

$\{u_i | u_i > 0, i = 1, \dots, n\} \{p_i | p_i > 0, i = 1, \dots, n\}$ et un entier $C > 0$.

Question : Trouver un sous-ensemble X de $\{1, \dots, n\}$ tel que $\sum_{x \in X} p_x \leq C$ et qui maximise $\sum_{x \in X} u_x$.

- 1 Utilisation d'un vecteur binaire :
 - 1 si $x_i = 0$ on ne prend pas l'objet,
 - 2 si $x_i = 1$ on prend l'objet.
- 2 Utilisation d'une méthode de résolution par programmation dynamique.

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Niveau local et sac à dos

- 1 Calcul de l'utilité par nivelation du coût et normalisation des poids.
- 2 Numérotation des appareils de 1 à n .
- 3 Capacité du sac = énergie prévu normalisé.
- 4 Pas de KP local si les pronostiques sont justes.

Programmation dynamique

Problème

On pose $F_k(E)$ le meilleur coût pour remplir un sac de taille E avec les k premiers objets. La récurrence montre que $F_k(E) = \max\{F_{i=k-1}(E), F_{k-1}(E - p_i) + u_i\}$, en effet l'ajout d'un nouvel objet augmente ou non le meilleur coût. Nous cherchons à calculer $F_n(C)$.

Programmation dynamique

```
Pour  $E = 0$  à  $C$  Faire
| Si  $p[n] \leq E$  alors
| |  $F[n][E] = p[n]$ 
| Sinon
| |  $F[n][E] = 0$ 
Pour  $k = n - 1$  à 1 faire
| Pour  $E = 0$  à  $C$  faire
| |  $F[k][E] = F[k + 1][E]$ 
| | Si  $p[k] \leq E$  et  $u[k] + F[k + 1][E - p[k]] > F[k + 1][E]$  alors
| | |  $F[k][E] = w[k] + F[k + 1][E - p[k]]$ 
| | Fin Si
| Fin Pour
Fin Pour
Retourner  $F[1][C]$ 
```

Obtention du sac optimal

$E = C$

Pour $k = 1$ à $n - 1$ faire

 Si $F[k][E] = F[k + 1][E]$ alors

 | $x[k] = 0$

 Sinon

 | $x[k] = 1, E = E - p[k]$

Si $F[n][E] = 0$ alors

 | $x[n] = 0$

Sinon

 | $x[n] = 1$

Retourner x

Avantages et Inconvénients

1 Avantages

- 1 Résolution par une méthode exacte : obtention de l'optimum global
- 2 Répartition de la ressource en fonction de l'utilité et du poids des objets
- 3 Calcul rapide pour de petite instance : de poids entiers et de capacité modérée

2 Inconvénients

- 1 Gourmand en mémoire pour des problèmes de grande taille
- 2 Résultat optimal au niveau local, mais pas au niveau global : flexibilité en faveur des enchères

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Exemple

$C = 8$, nous disposons des éléments suivants :

i	1	2	3	4	5
p_i	3	4	5	4	2
u_i	15	18	20	12	6

Construction du sac

Le premier algorithme fabrique le tableau suivant :

E i	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	6	6	6	6	6
3	15	6	6	6	6
4	15	18	12	12	6
5	21	20	20	12	6
6	24	24	20	18	6
7	33	26	26	18	6
8	35	30	26	18	6

Appareils utilisés

La solution optimale de 25 est obtenu avec les éléments 1 et 3 :

k	1	2	3	4	5
E	8	5	5	0	0
x[k]	1	0	1	0	0

La $conso_{moy}$ est de $5+3=8$.

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Niveau microgrid



- Gestion du marché entre les niveaux locaux sous la direction du microgrid et les producteurs.
- Equilibre entre l'offre et la demande, flexibilité.

Gestion des niveaux locaux

- Le graphe est construit comme un réseau de jeu :
 - Chaque niveau local appartient à un microgrid.
 - Chaque microgrid possède plusieurs niveaux locaux.
- Le microgrid a accès aux données des niveaux locaux en relation avec lui (consommation de l'instant, vecteur de consommation des appareils).
- Recherche d'un équilibre entre l'énergie fournie et l'énergie consommée.

Pseudo-enchères

- 1 Chaque joueur envoie son vecteur de consommation au microgrid directement lié.
- 2 Chaque microgrid stocke les vecteurs de consommation de ses joueurs (dans un tableau).
- 3 Les microgrids effectuent une enchère pour chacun des joueurs.
- 4 Les microgrids (sous-stations) renvoient l'enchère final au niveau du réseau T&D (station). Une sous-station est relié qu'à une seule station.
- 5 Les stations additionnent les enchères des sous-stations desservies. Ce résultat forme la consommation de ce « puit » dans la gestion du niveau T&D.

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Flexibilité et loi normale

Définition

Une variable aléatoire réelle X suit une loi normale d'espérance μ et d'écart type σ strictement positif si cette variable aléatoire réelle X admet pour densité de probabilité la fonction $p(x)$ définie, pour tout nombre réel x , par :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$
. On note alors $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$. Une telle variable aléatoire est alors dite variable gaussienne.

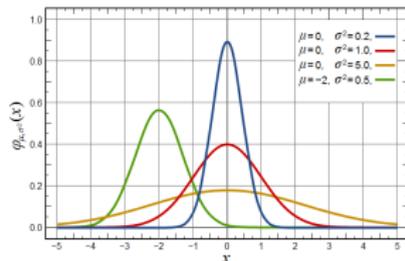


Figure : Densité de probabilité de la loi normale.

Flexibilité et loi normale

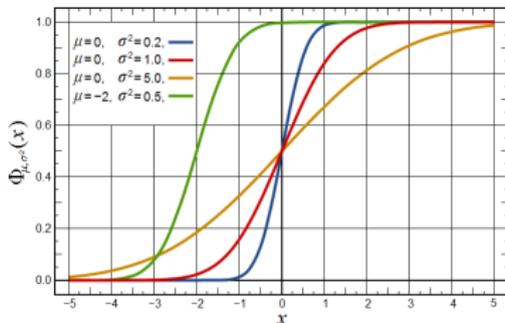


Figure : Fonction de répartition de loi normale.

- 1 $\mu = U_{moy_i}$
- 2 99,7 % de la population est dans l'intervalle $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.
Soit une marge de ε (pourcentage de $conso_{moy_i}$) autour de $conso_{moy_i}$, 99,7% de la population doit se trouver dans cette marge, donc $3\sigma = \varepsilon$.

Enchères

$conso = 0$

Pour chaque i niveau locale

$\Phi(x^*) = aléa[0 \dots 1]$

$X^* = approximation \Phi(x^*)$

$X_i = X^* * \frac{\epsilon}{3} + conso_{moy_i}$

Si $X_i < conso_{min_i}$ alors $X_i = conso_{min_i}$

Si $X_i > conso_{max_i}$ alors $X_i = conso_{max_i}$

$conso = conso + X_i$

stocker X_i

Stratégie de consommation

Prenons par exemple un niveau locale ayant pour loi normale $\mathcal{N}(200, 400)$. Il tire un nombre aléatoire de 0,31. D'après l'approximation de la fonction de répartition de la loi normale réduite, nous en déduisons que $X^* = -0,5$. Sa demande de consommation réelle est donc $X = -0,5 * 20 + 200 = 190$ alors que son $conso_{moy}$ est de 200.

- 1 Stratégie de garder X_i
- 2 Stratégie de la plus proche consommation brute
- 3 Stratégie de la plus proche consommation avec coût minimum
- 4 Etc.

Récompenses et punitions

- 1 Les consommations sont sommées à chaque microgrid, et forment la consommation du microgrid.
- 2 Le microgrid garde en mémoire les enchères de chaque niveau local pour effectuer les changements par rétroaction.
 - 1 Si le niveau local est en sur-consommation, on modifie la loi normale des sur-consommateurs $\mathcal{N}(\mu - \varepsilon, \sigma^2)$,
 - 2 Si le niveau local est en sous-consommation, on modifie la loi normale des sous-consommateurs $\mathcal{N}(\mu + \varepsilon, \sigma^2)$.
- 3 Une nouvelle phase d'enchère est lancée, on retourne au point 1.

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Décision finale

- 1 Chaque niveau local effectue un problème de sac à dos
- 2 Le microgrid effectue un problème de sac à dos parmi tout ses niveaux locaux avec l'énergie restante et les appareils non fournis

$$conso_{restant} = 0$$

Pour chaque niveaux locales du microgrid

Faire knapsack avec $C = conso'_{moy_L}$ $conso_{restant} = conso_{restant} + (conso' - F_L[1][conso'_{moy_L}])$ Enlever les appareils consommateurs
--

Faire knapsack avec $C = conso_{restant}$ avec les appareils restant

Construction du sac optimal : retourner x au niveau local

Avantages et Inconvénients

1 Avantages

- 1 Résolution par enchères successives : flexibilité et atteinte d'un équilibre global
- 2 Répartition de la ressource en fonction des besoins de chaque utilisateur
- 3 Calcul rapide pour de petite instance

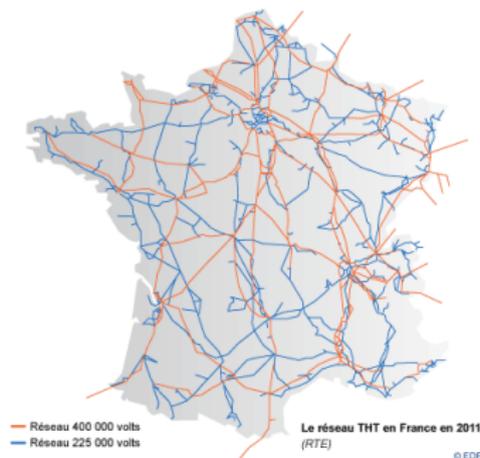
2 Inconvénients

- 1 Gourmand en mémoire pour des problèmes de grande taille
- 2 Surplus énergétique inutilisable : flexibilité localisée à l'instant suivant

Lignes directrices

- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - **Attentes et besoins**
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Attentes et besoins



- Satisfaire l'offre et la demande, gestion du marché de l'énergie.
- Eviter la congestion, la surconsommation ou la sousconsommation (production).

Construction du graphe

- 1 Les producteurs sont des Sources.
- 2 Les microgrids sont des Puits.
- 3 Les lignes ont des capacités de transit.

Problème

Résolution d'un flot max dans un graphe. Il faut alors modifier notre graphe pour correspondre à un problème de Ford-Fulkerson

Problème de flot max

Soit $G = (V, A)$ un graphe orienté. Soit s la source et t le puit de G . On associe à chaque arête (u, v) de G une capacité c_{uv} qui représente le flot maximum pouvant passer par cette arête. Cette capacité est positive et on note c le vecteur dans $\mathbb{R}_+^{|A|}$ contenant les valeurs de toutes les capacités.

On associe à chaque arête (u, v) un flot f_{uv} représentant la quantité de flot vérifiant deux contraintes :

1. Contrainte de capacité : $f_{uv} \leq c_{uv}$ pour toute arête $(u, v) \in A$;
2. Conservation du flot : $\sum_{u:(u,v) \in A} f_{uv} = \sum_{u:(v,u) \in A} f_{vu}$ pour tout

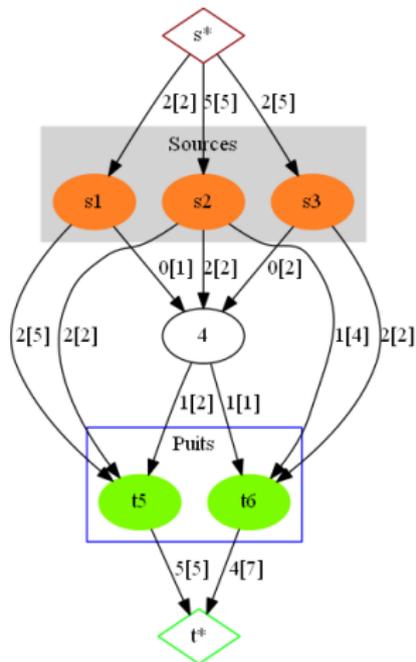
$v \in V \setminus \{s, t\}$. Cette contrainte s'appelle aussi la loi de Kirchhoff.

La valeur du flot représente la quantité de flot allant de la source au puit. Elle se définit par $|f| = \sum_{v \in V} f_{sv}$.

Problème de flot max

- 1 Les Sources sont reliées à une Source Mère, avec un arc mère-fille de capacité équivalent à la production de la source.
- 2 Les Puits sont reliés à un Puit Père, avec un arc fils-père de capacité équivalent à la consommation du puit.
- 3 Ford-Fulkerson fournit une configuration de flot max compatible avec l'offre et la demande.

Graphe classique



Ford-Fulkerson

Initialisation par un flot initial réalisable ($f = 0$)

Tant que le flot n'est pas maximal

 Marquage de la source s^*

 Tant qu'on marque des sommets

 Pour tout sommet marqué i

 Marquer les sommets j non marqués tel que

$f(i,j) < c(i,j)$ ou $f(j,i) > 0$

 Fin Pour

 Fin Tant que

 Si le puit t^* n'est pas marqué alors le flot est maximal

 Sinon Amélioration du flot()

Fin Tant que

Amélioration du flot

Trouver une chaîne qui a permis de marquer t^* et calculer

$$\left| \begin{array}{l} \varepsilon = \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2) > 0 \text{ avec} \\ \varepsilon_1 = \min\{c(u, v) - f(u, v) \text{ avec } (u, v) \in A \text{ (arête directe)}\} \\ \varepsilon_2 = \min\{f(v, u) \text{ avec } (u, v) \in A \text{ (arête inverse)}\} \end{array} \right.$$

Trouver le nouveau flot f' dans le chemin choisi

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si } (u, v) \in A \text{ alors } f'(u, v) = f(u, v) + \varepsilon \\ \text{Sinon } f'(u, v) = f(u, v) - \varepsilon \text{ (arête inverse)} \end{array} \right.$$

Lignes directrices

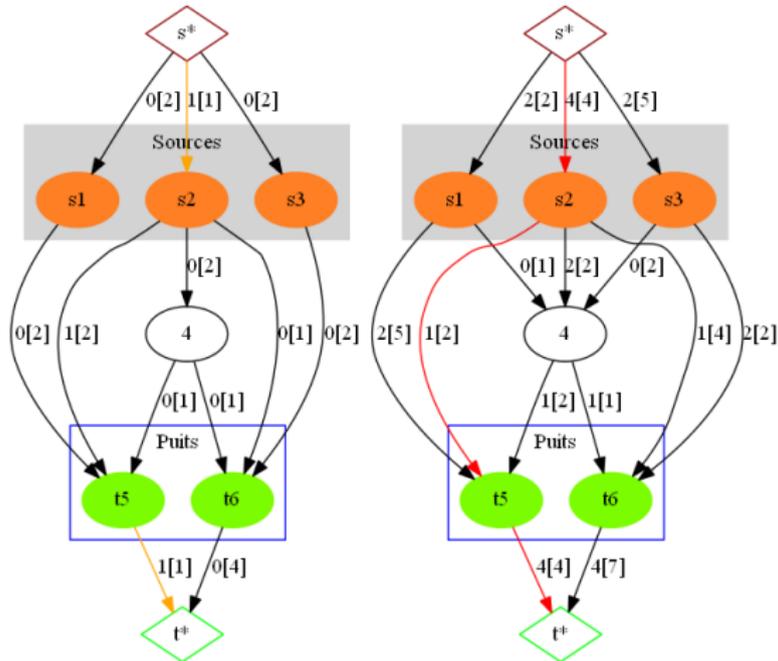
- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - **Module d'ajustement**
 - Equilibre de l'offre et la demande

Module d'ajustement

Pour tout $(u, v) \in A$
 Si $f(u, v)_{(t_{i-1})} > c(u, v)_{(t_i)}$
 $c^* = f(u, v)_{(t_{i-1})} - c(u, v)$
 Ajouter $((u, v), c^*)$ à la Liste
 Fin Si
Fin Pour Tout

- 1 En cas de différence « à la baisse » de la production ou de la consommation, on effectue le module d'ajustement.
- 2 Ford-Fulkerson sur le module d'ajustement, le flot max est soustrait du résultat de l'itération précédente.
- 3 Ford-Fulkerson sur le graphe « ajusté ».

Ajustement



Lignes directrices

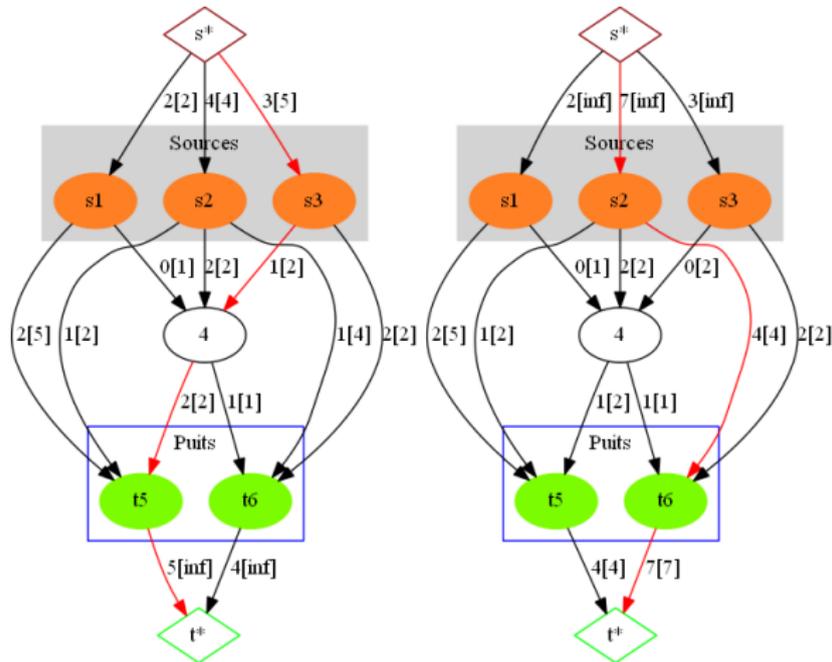
- 1 Niveau local
 - Attentes et besoins
 - Résolution par KP
 - Exemple
- 2 Niveau microgrid
 - Attentes et besoins
 - Pseudo-enchères
 - Equilibre du système
- 3 Niveau T&D
 - Attentes et besoins
 - Module d'ajustement
 - Equilibre de l'offre et la demande

Graphe évolutif

Pour cela nous effectuons deux tests :

- 1 Ford-Fulkerson sur le graphe classique, sans contrainte de capacité sur les arcs (t, t^*) . Le résultat fournira le flot maximum sans contrainte de consommation.
- 2 Ford-Fulkerson sur le graphe classique, sans contrainte de capacité sur les arcs (s^*, s) . Le résultat permettra de tenir compte de la demande de consommation, et ainsi de mieux prévoir la consommation future.

Résultats



Rétroaction

Les résultats des graphes à sources ou puits de capacités infinies permettent une rétroaction.

- 1 Définition des puits sous ou sur consommateur :
 - 1 Mise à jour des pronostiques ;
 - 2 Mise à jour des enchères.
- 2 Définition des sources sous ou sur producteur :
 - 1 Mise à jour des pronostiques ;
 - 2 Planification de la production au temps prochain.

Avantages et Inconvénients

- 1 Avantages :
 - 1 Résolution rapide et satisfaisant l'offre et la demande ;
 - 2 Calcul rapide pour l'évolution du système.
- 2 Inconvénients :
 - 1 Dépendant de l'initialisation du système et des premières instances ;
 - 2 Graphe classique, non prétopologique.

Résumé

- Niveau local : KP et gestion de la domotique.
- Niveau microgrid : pseudo-enchères et KP microgrid.
- Niveau T&D : Ford-Fulkerson, graphe d'évolution et gestion des pronostiques.
- Perspectives :
 - Modifier les pseudo-enchères en jeux de coopération ou d'enchères généralisées ;
 - Généralisation du réseau de jeux ;
 - Modifier Ford-Fulkerson pour le rendre compatible à la prétopologie ;
 - Création des algorithmes pour tenir compte de l'économie de marché T&D ;
 - Gestion des données et statistiques.